

є єдиною на всьому часовому проміжку. Отримаємо формулу для обсягу повернених депозитів з відсотками:

$$D_{out}(t) = D_{in}(t) * (1 + u_D(t)).$$

На основі всього вищезазначеного отримуємо оптимізаційну задачу, яка має такий вигляд:

$$\begin{aligned} p(t, x) &\rightarrow \max, \\ \dot{x}(t) &= p(t, x), \end{aligned}$$

Та набір обмежень:

$$\begin{aligned} \dot{x}(0) &= x_0, \\ u_k(t) &\geq 0, \\ 0 &\leq t \leq T. \end{aligned}$$

Описана модель є нелінійною і як окремий випадок включає в себе модель, що описана в роботі [4].

Список використаних джерел:

1. Постановка задачі оптимізації управління комерційним банком / Гришин А. Г., Козак Д. В., Умрик А. В., Іваненко В. І. // Вестник Национального технического университета «Харьковский политехнический институт». – Х., 2001. – Ч.2. – С. 154–157.
2. Гришин О. Г. Стратегічне планування та керування діяльністю банківської установи на основі математичної моделі комерційного банку / О. Г. Гришин // Економіка та підприємництво. – К.: КНЕУ, 2004. – Вип. 12. – С. 261–266.
3. Осипенко Д. В. Динамічна модель комерційного банку / Д. В. Осипенко // Фінанси України. – 2005. – №11. – С. 87–92.
4. Дрозд А. О. Керування кредитною та депозитною ставками комерційного банку з капіталом достатнім для задоволення попиту на кредити / А. О. Дрозд, В. О. Капустян // Економічний вісник НТУУ «КПІ»: зб. наук. праць. – 2014. – Вип. 11. – С. 548–563.
5. Дрозд А. О. Концептуальна потокова модель ціноутворення комерційного банку / А. О. Дрозд, О. Є. Сокульський // Економічний вісник Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут». – 2016. – № 13. – С. 534–540.

Кириленко Т. С., к. ф.-м. н. Огліх В. В.

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара (Україна)

ОПТИМАЛЬНЕ УПРАВЛІННЯ ПРОЦЕСОМ ВИРОБНИЦТВА

Ефективна організація виробничих процесів в багатьох сферах економічної діяльності неможлива без розв'язання задач оптимального керування. Зміст процесу керування передбачає визначення системи цілей діяльності, розподілення

ресурсів, формування виробничого потенціалу, який необхідний для розв'язання поставлених завдань, визначення критеріїв та норми ефективності, обмежень, у межах яких відбувається управлінський процес [1]. Зокрема, моделі оптимального керування необхідні для економічної практики, оскільки дають можливість описати ситуації, в рамках яких необхідно обрати керування, яке забезпечує, наприклад максимальний сумарний прибуток або мінімальні сумарні витрати протягом достатньо тривалого періоду часу [2]. При цьому особу, яка приймає рішення не може влаштувати ні локальний екстремум, ні прив'язаний до якогось моменту часу – обов'язково потрібен глобальний або наближення до нього по функціоналу. Кожна конкретна задача оптимального керування має бути розв'язана в з урахуванням всієї сукупності складових, інакше будь-яке рішення, яке обране з інтуїтивних міркувань підприємця, буде не гірше локального екстремуму.

Перед підприємцями постає ціла низка задач оптимального керування. Зробимо акцент на задачі керування процесом виконання замовлення на випуск продукції у заданий термін з мінімальними витратами. Нехай Управління з виробництва аміаку отримало замовлення, яке необхідно виконати до моменту часу T на виробництво Y одиниць продукції. Необхідно знайти план виробництва $x(t)$, забезпечує найменші витрати природного газу, каталізаторів, анти-вспінювачу, їдкою калію.

Готова продукція передається на склад і зберігається там до тих пір, поки все замовлення не буде виконано і його передадуть замовнику, тобто до моменту T . Нехай $y(t)$ – обсяг аміаку, який виготовляється до моменту t .

Виготовлення та зберігання аміаку пов'язані з витратами основних матеріалів, енергії та інших виробничих витрат. Необхідно обрати такий режим виробництва аміаку, щоб сумарні витрати за весь період часу були мінімальними. Таким чином, керування процесом виконання замовлення полягає у виборі швидкості виробництва продукції $y'(t)$ як функції часу.

Загалом бажано виготовляти заздалегідь якомога менше продукції, щоб не витратити кошти на її зберігання. Але й необхідно врахувати, що ситуація, коли випуск продукції відкладається на останній момент, вкрай небажана. Адже різкі зміни інтенсивності, які виникають на виробництві по закінченню аврального виконання замовлення, можуть призвести до великих фінансових втрат.

Якщо $y'(t)$ задано, то кількість продукції $y(t)$, яка прийшла на склад до часу t , де $t \in [0, T]$, дорівнює $y(t) = \int_0^t y'(\tau) d\tau$. (1). Виготовлену продукцію потрібно зберігати на складі до моменту T . Нехай b – вартість зберігання одиниці продукції в одиницю часу. Для того, щоб тримати на складі k одиниць продукції протягом Δt , потрібно витратити $bk\Delta t$ одиниць грошових засобів. Сумуючи ці величини за різні проміжки часу, отримуємо, що сумарні витрати на зберігання виготовленої продукції дорівнюють $C_s = b \int_0^T y(\tau) d\tau$ (2).

Чим пізніше буде виготовлена продукція, тим менше знадобиться засобів на її зберігання. Але всю продукцію неможливо виготовити точно в момент T з нескінченною швидкістю. До того ж зміна інтенсивності виробництва потребує додаткових витрат.

Передбачається, що витрати на випуск одиниці продукції пропорційні інтенсивності виробництва $y'(t)$ з коефіцієнтом пропорційності a . Якщо за період Δt випущено Δy з середньою швидкістю $\Delta y / \Delta t$, то витрати на цей випуск складуть $\Delta y * a * \frac{\Delta y}{\Delta t}$. Отримаємо миттєві витрати в момент t , поділивши цей вираз на Δt та перейшовши до ліміту при $\Delta t \rightarrow 0$,

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[\Delta y * \frac{a(\Delta y)}{\Delta t} \right] = ay'^2(t). \quad (3)$$

Сумарні витрати на виготовлення визначає інтеграл від цього виразу, тобто

$$C_p = a \int_0^T y'^2(\tau) d\tau. \quad (4)$$

Поєднав C_p та C_s , отримуємо повні витрати, які слід мінімізувати:

$$C_p + C_s = a \int_0^T y'^2(\tau) d\tau + b \int_0^T y(\tau) d\tau \rightarrow \min. \quad (5)$$

У початковий момент запас відсутній, тому $y(0) = 0$. Обмеження на керування визначається умовами невід'ємності швидкості виробництва та не перевищення деякої константи $0 \leq y' t \leq W$. Не виключається випадок $W = \infty$.

Для повного дослідження і розв'язання задачі необхідно:

- додати обмеження на управління зверху $y' t \leq W$;
- виконати лінійну заміну змінної $y(t) = (b/a)x(t)$, що дозволяє спростити задачу та ігнорувати константи a і b ;
- побудувати центральне поле екстремалей Понтрягіна, які одноразово покривають область досяжності;

– за допомогою критеріїв оптимальності довести оптимальність побудованого поля. Зазначимо, що поле оптимально, якщо кожна його траєкторія доставляє глобальний екстремум в класі траєкторій з тими ж кінцями;

– виконати чисельний розрахунок задачі з використанням ломаних Ейлера й алгоритму Дейкстри, Тобто задачі можуть порівняно легко розв'язуватись чисельно, якщо аналітичний пошук ускладнений.

Задачу можна спростити, прибравши параметри a , b . Для цього зробимо лінійну однорідну заміну залежної змінної $y(t) = bx(t)/a$.

Тоді

$$C_p + C_s = \int_0^T [a\left(\frac{b}{a}\right)^2 x'^2(\tau) + b\left(\frac{b}{a}\right) x(\tau)] d\tau = \left(\frac{b^2}{a}\right) \int_0^T [x'^2(\tau) + x(\tau)] d\tau. \quad (6)$$

Оскільки $\left(\frac{b^2}{a}\right)$ – додатна константа, отримуємо еквівалентну задачу, в якій підінтегральний вираз не залежить від параметрів:

$$J = \int_0^T [x'^2(\tau) + x(\tau)] d\tau \rightarrow \min. \quad (7)$$

Простежимо як пов'язані обмеження для старої та нової задачі. Маємо $y(T) = Y = (b/a)x(T)$. Тому функція $x(t)$ повинна задовольняти граничним обмеженням $x(0) = 0$, $x(T) = X$, де $X = aY/b$.

Позначимо граничну швидкість для $x(t)$ через $W = bV/a$ або $V = aW/b$.

Управлінням є продуктивність (швидкість), тому $u(t) = x'(t)$.

Таким чином отримуємо задачу оптимального управління.

Знайти абсолютний екстремум:

$$J = \int_0^T [u^2(\tau) + x(\tau)] d\tau \rightarrow \min. \quad (8)$$

За таких обмежень:

$$\frac{dx(t)}{dt} = u(t) \text{ – рівняння руху;}$$

$$0 \leq u(t) \leq V \text{ – обмеження на управління;}$$

$$t \geq 0, x(t) \geq 0 \text{ – фазові обмеження;}$$

$$x(0) = 0, x(T) = X \text{ – граничні умови.}$$

Передбачається, що константи T , X , V невід'ємні [3].

Список використаних джерел:

1. Процес управління виробництвом: сутність, складові [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://osvita.ua/vnz/reports/management/13853>

2. Теорія оптимального управління [Електронний ресурс]. – Режим доступу : https://uk.wikipedia.org/wiki/Теорія_оптимального_управління
3. Орел Є. Н. Оптимальне управління процесом виробництва при виконанні замовлення у вказаний термін / Є. Н. Орел, О. Є. Орел // 2016. – №3. – С. 65–76.

Кожем'яка М. А., д. т. н. Яковенко О. Г.

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара (Україна)

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ЕКОНОМІЧНОГО РОЗВИТКУ КОРПОРАЦІЇ

Сотні років тому люди використовували знання з математики для вирішення різних економічних задач. Та протягом останніх 50–60 років, коли економіка наука набула широких масштабів, у ній з'явилися такі задачі, які неможливо розв'язати за допомогою традиційних методів. І тому в умовах розвитку економічних відносин спостерігається посилення інтересу досліджень з теми економіко-математичного моделювання. Вони знаходять використання у різних галузях: бізнесі, медицині, техніці тощо.

Великий внесок у розвиток методів моделювання належить лауреатам Нобелівської премії з економіки Р. Фрішу і Я. Тінбергену (1969 р.), Л. Клейну (1980 р.), Т. Хаавельмо (1989 р.), Дж. Хекману (2000 р.). Їх праці дозволяють вивчати і кількісно визначати внутрішні і зовнішні причинно-наслідкові зв'язки між показниками економічних систем, встановлювати закономірності їх формування і тенденції розвитку [1].

Моделювання – це наукова теорія побудови і реалізації моделей, за допомогою яких досліджуються явища, процеси в природі і суспільному житті. Економіко-математичне моделювання є універсальним інструментом аналізу та дослідження виробничих та фінансово-господарських процесів і явищ. Яскравим прикладом використання економіко-математичного моделювання у бізнесі може бути формування плану розвитку корпорації [2].

При формуванні плану розвитку корпорації часто використовуються техніко-економічні обґрунтування інвестиційних проектів. Вони можуть розроблятися як окремими виробничими структурами, так і центральним апаратом корпорації. В результаті її керівництво має в розпорядженні портфель можливих для реалізації проектів, кожен з яких цілеспрямований на стратегічний